

Câu 1. (2 điểm)

- a) Giải phương trình: $x^2 = (x-1)(3x-2)$
b) Một miếng đất hình chữ nhật có chu vi 100 m. Tính chiều dài và chiều rộng của miếng đất, biết rằng 5 lần chiều rộng hơn 2 lần chiều dài 40 m.

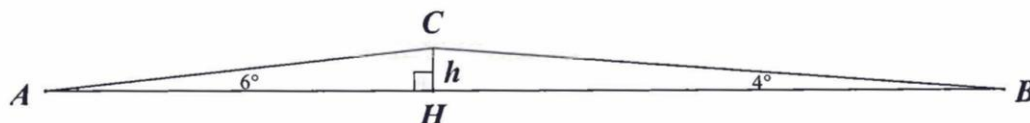
Câu 2. (1,5 điểm)

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy :

- a) Vẽ đồ thị (P) của hàm số $y = \frac{1}{4}x^2$.
b) Cho đường thẳng (D): $y = \frac{3}{2}x + m$ đi qua điểm $C(6;7)$. Tìm tọa độ giao điểm của (D) và (P).

Câu 3. (1,5 điểm)

- 1) Thu gọn biểu thức sau: $A = (\sqrt{3} + 1)\sqrt{\frac{14 - 6\sqrt{3}}{5 + \sqrt{3}}}$
2) Lúc 6 giờ sáng, bạn An đi xe đạp từ nhà (điểm A) đến trường (điểm B) phải leo lên và xuống một con dốc (như hình vẽ bên dưới). Cho biết đoạn thẳng AB dài 762 m, góc $A = 6^\circ$, góc $B = 4^\circ$.



- a) Tính chiều cao h của con dốc.
b) Hỏi bạn An đến trường lúc mấy giờ? Biết rằng tốc độ trung bình lên dốc là 4 km/h và tốc độ trung bình xuống dốc là 19 km/h.

Câu 4. (1,5 điểm)

Cho phương trình: $x^2 - (2m-1)x + m^2 - 1 = 0$ (1) (x là ẩn số)

- a) Tìm điều kiện của m để phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt.
b) Định m để hai nghiệm x_1, x_2 của phương trình (1) thỏa mãn:

$$(x_1 - x_2)^2 = x_1 - 3x_2$$

Câu 5. (3,5 điểm)

Cho tam giác ABC vuông tại A . Đường tròn tâm O đường kính AB cắt các đoạn BC và OC lần lượt tại D và I . Gọi H là hình chiếu của A lên OC ; AH cắt BC tại M .

- a) Chứng minh: Tứ giác $ACDH$ nội tiếp và $\widehat{CHD} = \widehat{ABC}$.
b) Chứng minh: Hai tam giác OHB và OBC đồng dạng với nhau và HM là tia phân giác của góc BHD .
c) Gọi K là trung điểm của BD . Chứng minh: $MD \cdot BC = MB \cdot CD$ và $MB \cdot MD = MK \cdot MC$.
d) Gọi E là giao điểm của AM và OK ; J là giao điểm của IM và (O) (J khác I). Chứng minh: Hai đường thẳng OC và EJ cắt nhau tại một điểm nằm trên (O) .

HẾT.

Câu	Hướng dẫn chấm	Điểm
1a	$x^2 = (x-1)(3x-2) \Leftrightarrow x^2 = 3x^2 - 5x + 2$ $\Leftrightarrow 2x^2 - 5x + 2 = 0$ $\Delta = 9 > 0$ Phương trình có 2 nghiệm: $x_1 = \frac{5+3}{4} = 2; \quad x_2 = \frac{5-3}{4} = \frac{1}{2}$	0,25 0,25 0,5
1b	Gọi x (m) là chiều rộng của miếng đất ($x > 0$) y (m) là chiều dài của miếng đất ($y > 0$) Theo đề bài ta có hệ phương trình: $\begin{cases} 2x + 2y = 100 \\ 5x - 2y = 40 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \dots \Leftrightarrow \begin{cases} x = 20 \\ y = 30 \end{cases}$ Vậy chiều rộng của miếng đất là 20 m chiều dài của miếng đất là 30 m	0,25 0,25 0,25 0,25
2a	Vẽ (P) và bảng giá trị đúng	0,5
2b	$m = -2$ Phương trình hoành độ giao điểm giữa (D) và (P) $\frac{x^2}{4} = \frac{3}{2}x - 2$ Tọa độ giao điểm : (2;1) ; (4;4)	0,25 0,25 0,5
3.1	$A = (\sqrt{3} + 1) \sqrt{\frac{14 - 6\sqrt{3}}{5 + \sqrt{3}}} = (\sqrt{3} + 1) \sqrt{\frac{(14 - 6\sqrt{3})(5 - \sqrt{3})}{(5 + \sqrt{3})(5 - \sqrt{3})}}$ $= (\sqrt{3} + 1) \sqrt{\frac{88 - 44\sqrt{3}}{22}} = (\sqrt{3} + 1) \sqrt{4 - 2\sqrt{3}}$ $= (\sqrt{3} + 1) \sqrt{(\sqrt{3} - 1)^2} = (\sqrt{3} + 1)(\sqrt{3} - 1) = 3 - 1 = 2$	0,25 0,25 0,25
3.2	a) $AH = \frac{h}{\tan 6^\circ}; \quad BH = \frac{h}{\tan 4^\circ}$ $\Rightarrow h = \frac{762}{\frac{1}{\tan 6^\circ} + \frac{1}{\tan 4^\circ}} \approx 32 \text{ m} = 0,032 \text{ km}$ b) Thời gian bạn An đi từ A đến B: $\frac{h}{4 \sin 6^\circ} + \frac{h}{19 \sin 4^\circ} \approx 6 \text{ phút.}$ Vậy bạn An đến trường lúc 6 giờ 6 phút.	0,25 0,25 0,25
4a	$x^2 - (2m-1)x + m^2 - 1 = 0$ (x là ẩn số) $\Delta = -4m + 5$ Phương trình có 2 nghiệm phân biệt khi $\Delta > 0 \Leftrightarrow m < \frac{5}{4}$.	0,25 0,25

4b	Theo Vi-et, ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m - 1 \\ x_1 \cdot x_2 = m^2 - 1 \end{cases}$ $(x_1 - x_2)^2 = x_1 - 3x_2 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2 = x_1 + x_2 - 4x_2$ $\Leftrightarrow x_2 = \frac{3m-3}{2}$. Suy ra $x_1 = \frac{m+1}{2}$ $\Rightarrow \frac{m+1}{2} \cdot \frac{3m-3}{2} = m^2 - 1$ $\Rightarrow m = \pm 1$ (thỏa điều kiện có nghiệm).	0,25 0,25 0,25 0,25
5a	Chứng minh: Tứ giác $ACDH$ nội tiếp và $\widehat{CHD} = \widehat{ABC}$ $\widehat{ADB} = 90^\circ$ (góc nội tiếp nửa đường tròn) $\Rightarrow \widehat{ADC} = 90^\circ$ $\Rightarrow \widehat{ADC} = \widehat{AHC} \Rightarrow ACDH$ nội tiếp. $\Rightarrow \widehat{CHD} = \widehat{CAD}$. mà $\widehat{CAD} = \widehat{ABC}$ nên $\widehat{CHD} = \widehat{ABC}$.	0,25 0,25 0,25 0,25
5b	Chứng minh: $\triangle OHB \sim \triangle OBC$ và HM là tia phân giác của góc BHD. Ta có: $OH \cdot OC = OA^2 = OB^2 \Rightarrow \frac{OH}{OB} = \frac{OB}{OC}$ $\Rightarrow \triangle OHB \sim \triangle OBC$ (c-g-c). $\Rightarrow \widehat{OHB} = \widehat{OBC}$ $\Rightarrow \widehat{OHB} = \widehat{CHD}$ $\Rightarrow \widehat{BHM} = \widehat{DHM}$ hay HM là tia phân giác của góc BHD.	0,25 0,25 0,25 0,25
5c	Chứng minh: $MD \cdot BC = MB \cdot CD$ và $MB \cdot MD = MK \cdot MC$ Tam giác DHB có HM là phân giác trong $\Rightarrow \frac{MD}{MB} = \frac{HD}{HB}$ Tam giác DHB có HC là phân giác ngoài $\Rightarrow \frac{CD}{CB} = \frac{HD}{HB}$ Vậy $\frac{MD}{MB} = \frac{CD}{CB} \Rightarrow MD \cdot BC = MB \cdot CD$ Cách 1: Từ trên $MD \cdot (MB + MC) = MB \cdot (MC - MD)$ $\Rightarrow 2MB \cdot MD = MC(MB - MD)$ $\Rightarrow 2MB \cdot MD = 2MK \cdot MC \Rightarrow MB \cdot MD = MK \cdot MC$ Cách 2: Gọi L là giao điểm của AE với đường tròn (O) 5 điểm A, O, K, L, C cùng thuộc đường tròn. $\Rightarrow MK \cdot MC = MA \cdot ML$ Mà $MA \cdot ML = MB \cdot MD \Rightarrow MB \cdot MD = MK \cdot MC$.	0,25 0,5
5d	Chứng minh: Hai đường thẳng OC và EJ cắt nhau tại một điểm nằm trên (O). Gọi N là giao điểm của CO với đường tròn (O).	

$\Rightarrow \widehat{IJN} = 90^\circ \quad (1)$ Mặt khác : $MI.MJ = MD.MB = MK.MC$ $\Rightarrow \Delta MIC \sim \Delta MKJ$ $\Rightarrow \widehat{MCI} = \widehat{MJK} = \widehat{MEO}$ $\Rightarrow MEJK$ nội tiếp. $\Rightarrow \widehat{EJM} = 90^\circ \quad (2)$ Từ (1) và (2) $\Rightarrow E, J, N$ thẳng hàng $\Rightarrow$ Hai đường thẳng OC và EJ cắt nhau tại một điểm nằm trên (O) .	0,25
	0,25
	0,25

